

# PEDAGOGICAL ASSESSMENT OF DIFFICULTIES IN MATHEMATICS AMONG PRIMARY SCHOOL PUPILS

## [PEDAGOGICKÁ DIAGNOSTIKA OBTÍŽÍ V MATEMATICE U ŽÁKŮ ZÁKLADNÍCH ŠKOL]

Katerina Skalova Prazakova – Anna Kucharska – Klara Spackova

doi: 10.18355/PG.2023.12.2.7

### Abstract

This paper focuses on the pedagogical assessment of primary school pupils' mathematical abilities and skills. The present study includes pupils taught by conventional methods and pupils taught by the so-called Hejny method based on the constructivist approach. Using standardized diagnostic methods, children nominated by teachers as having difficulties in mathematics were compared in terms of their performance in mathematics and non-verbal intellectual abilities with a control group of pupils without identified difficulties. The results showed significant differences in favor of the control group, especially for children taught within a constructivist approach.

### Key words

pedagogical diagnostics, standardized tests, mathematical abilities, mathematical skills, intelligence, constructivist approach

141

### Abstrakt

Práce je zaměřena na pedagogickou diagnostiku matematických schopností a dovedností žáků prvního stupně základních škol. Předkládaná studie zahrnuje žáky vyučované běžnými metodami i žáky vyučované tzv. Hejného metodou vycházející z konstruktivistického přístupu. Děti nominované učiteli jakožto žáci s obtížemi v matematice byly porovnávány z hlediska jejich výkonů v oblasti matematiky i neverbálních intelektových schopností s kontrolní skupinou žáků bez identifikovaných obtíží, a to pomocí standardizovaných diagnostických metod. Výsledky prokázaly významné rozdíly ve prospěch žáků z kontrolní skupiny, zejména u dětí vyučovaných v rámci konstruktivistického přístupu.

### Klíčová slova

pedagogická diagnostika, standardizované testy, matematické schopnosti, matematické dovednosti, inteligence, konstruktivistický přístup

### Úvod

Pedagogická diagnostika obtíží v matematice má (podobně jako v ostatních školních předmětech) jisté svůj význam. Díky ní je možné hledat cesty, jak dětem pomoci případné obtíže snáze zvládat. Je-li třeba, někdy na jejím základě dochází ke spolupráci s dalšími odborníky, zejména s psychology a speciálními pedagogy, kteří při své práci běžně využívají standardizované nástroje a mohou doporučit další postupy. Navíc i to, jak je žák hodnocen učitelem a jaká očekávání vůči němu učitel má, může ovlivňovat žákovy budoucí školní výkony.

Následující řádky představují pilotní výzkum provedený na území České republiky, jehož cílem bylo orientační zhodnocení efektivity pedagogické diagnostiky obtíží v matematice.

## **1. Diagnostika obtíží v matematice v České republice**

Následující řádky jsou věnovány vybraným způsobům posuzování matematických schopností a dovedností.

### **Pedagogická diagnostika**

Pedagogická diagnostika bývá prvním krokem při identifikaci obtíží žáků během osvojování školních dovedností (Novak, 2004). Jak uvádí např. Mertin a Krejčova (2016), za její výhodu lze považovat skutečnost, že je dlouhodobá a dynamická, čímž dává možnost hodnotit nejen aktuální výkony (co dítě umí nyní), ale i změny, které nastanou po aplikaci určité strategie (co se dítě dokáže naučit a co k tomu potřebuje).

Tento druh diagnostiky má rovněž svá omezení. Jak upozorňuje Vagnerova (2005), hodnocení žáků učiteli bývá subjektivní a závisí na jejich konkrétních zkušenostech, které se mohou lišit (sem lze řadit např. zkušenosti s určitými typy žáků, zda učitel působil převážně na běžných či výběrových školách apod.) i jejich osobnostních vlastnostech. Ty předurčují, na co se různí učitelé zaměřují, dle jakých kritérií dítě posuzují.

Za důležité považujeme zmínit, že postoj, který si učitel vůči konkrétnímu žákovi vytvoří, může ovlivnit žákovo následné chování a někdy i dále posilovat nežádoucí projevy. Pokud má pedagog vůči žákovi negativní očekávání, může tak eliminovat jeho snahu a dítě se může začít chovat v souladu s nepříznivým očekáváním učitele (Vagnerova, 2005). V tomto kontextu se můžeme setkat též s termínem sebesplňující se stereotypy (Atkinson, 2003).

### **Diagnostika pomocí standardizovaných nástrojů**

Zejména v případě dlouhodobějších a závažnějších problémů s osvojováním učiva bývá zapotřebí spolupráce školy s dalšími odborníky působícími v poradenských zařízeních (HadjMousová, 2002 in Vagnerova, 2005). Zatímco učitelé na školách hodnotí žáky zejména pomocí nestandardizovaných způsobů či metod (Mertin a Krejčova, 2016), psychologové a speciální pedagogové mají v rámci poradenských zařízení možnost využívat i standardizované nástroje (Bednářová, 2015). Za jejich výhodu lze považovat, že nám ponechávají velmi malý prostor pro subjektivní hodnocení díky celkem striktním instrukcím, jak je administrovat, jak zadávat instrukce či jak hodnotit výsledky. Využívají normy, které jsou získávány na základě výsledků standardizačního vzorku vrstevníků stejného věku, který by měl být dostatečně velký (Mertin a Krejčova, 2016). Mezi standardizované metody patří např. inteligenční testy nebo testy školních dovedností, z nichž si některé představíme níže.

## **2. Didaktické aspekty úspěšnosti v matematice**

Na úroveň osvojení matematických dovedností jednotlivých žáků mají vliv nejen jejich vnitřní předpoklady, k nimž patří mj. inteligence (Vagnerova, 2005), numerozita, nebo-li implicitní porozumění množství (Butterworth, 2003), pracovní paměť (Vagnerova a Klegrova, 2008) a další. Mezi faktory školní úspěšnosti patří také vliv domácího prostředí, který je však považován za obtížně kontrolovatelný (Locuniak a Jordan, 2008) a vliv školy. Pro účely této práce považujeme za důležité

zmínit zejména odlišné přístupy k výuce matematiky ze strany škol či jednotlivých vyučujících.

### **Dril vs. porozumění**

Jedním z dilemat, čemu ve výuce věnovat větší pozornost, je tzv. dril versus porozumění (Resnick a Ford, 2008; Rendl a Pachova, 2013). Zastánci drilu zdůrazňují nutnost opakování, tedy automatizace získaných poznatků. Ukazuje se, že tento přístup podporuje i velká část českých učitelů, zatímco dle jeho kritiků vede pouze k mechanickému osvojení učiva (Rendl a Pachova, 2013). Proti drilu se vymezují mj. didaktici vycházející z konstruktivismu. Mezi zřejmě nejznámější zastánce didaktického konstruktivismu u nás patří Hejny (viz např. Hejny a Kurina, 2015).

Výzkum McConnella (in Resnick a Ford, 2008) ukázal, že zatímco striktní dril vede u žáků k větší přesnosti a rychlosti řešení příkladů, přístup zaměřený na porozumění oproti tomu podporuje větší úspěšnost u méně známých typů příkladů.

### **3. Pilotní výzkum pedagogické diagnostiky obtíží v matematice v České republice**

Následující řádky představují pilotní studii efektivity pedagogické diagnostiky obtíží v matematice u žáků na prvním stupni základních škol. Zkoumány byly primárně rozdíly mezi dětmi, které učitelé označili za žáky s obtížemi a žáky bez obtíží v matematice. Porovnány byly jejich výsledky ve standardizovaných metodách posuzujících matematické schopnosti a dovednosti, a také v testu neverbálních intelektových schopností.

#### ***Cíle výzkumu***

Hlavním cílem výzkumu bylo orientační zhodnocení efektivity pedagogické diagnostiky obtíží v matematice u žáků na prvním stupni základních škol, a to na školách vyučujících běžnými metodami i na školách s výukou matematiky dle Hejného.

#### ***Účastníci výzkumu***

Respondenty výzkumu jsou žáci 3. ročníků základních škol. Na těchto školách je matematika vyučována běžnými metodami či metodami dle Hejného (tzv. Hejného metodou). Školy se nacházejí na území Hlavního města Prahy, ve Středočeském či v Královéhradeckém kraji.

Učitelé byli požádáni, aby nominovali žáky, kteří mají dle jejich názoru obtíže v matematice. Zároveň jim bylo řečeno, že se může jednat o různé typy obtíží, a to jak o porozumění učivu, tak i o častou chybovost, pomalé pracovní tempo atd.

Vznikly tak následující skupiny respondentů:

1. žáci vyučování běžnými metodami bez identifikovaných obtíží (celkem 76 žáků),
2. žáci vyučování běžnými metodami s identifikovanými obtížemi (celkem 41 žáků),
3. žáci vyučování metodami dle Hejného bez identifikovaných (celkem 81 žáků),
4. žáci vyučování metodami dle Hejného s identifikovanými obtížemi (celkem 31 žáků).

#### ***Testové metody***

Matematické schopnosti a dovednosti byly posuzovány vybranými subtesty z testové baterie *Diagnostika matematických schopností a dovedností* (Bednářová, 2015). Subtesty byly zvoleny tak, aby alespoň částečně zahrnovaly všechny oblasti

matematiky, na něž se metoda zaměřuje. Konkrétně se jednalo o *Doplňování chybějících čísel* (oblast numerace), *Základní číselné operace* (základní číselné operace) a *Doplnění znaků operací* (aplikace základních číselných operací).

Neverbální intelektové schopnosti byly posuzovány pomocí první části metody *Cattellův test fluidní inteligence* - CFT 20 R (Fajmonová et al., 2015).

Obě tyto metody hodnotí správnost odpovědí v určitém časovém limitu. V případě CFT 20 R jsou výsledky převedeny na standardní IQ skóre, v *Diagnosticke matematických schopností a dovedností* na percentily.

### Výsledky

Za účelem zhodnotit rozdíly mezi porovnávanými skupinami jsme s ohledem na velikost vzorku využili T-test pro dva nezávislé soubory. Jako kritérium pro potvrzení statisticky významných rozdílů mezi skupinami jsme stanovili 5% hladinu významnosti ( $p < 0,05$ ).

Výsledky byly doplněny statistikou  $d$  (Cohenovo  $d$ ), kde se rozdíly mezi soubory považují za malé pro hodnoty  $d$  přibližně 0,2, za střední pro hodnoty přibližně 0,5 a za vysoké pro  $d$  okolo 0,8 (Cohen, 1988). Sawilowsky (2009) dále popisuje hodnoty jako velmi vysoké (very large) pro  $d$  okolo 1,2 a enormní (huge) při  $d$  okolo 2.

V následujících tabulkách jsou použity zkratky pro jednotlivé skupiny: B (respondenti, u nichž byla matematika vyučována běžnými metodami), H (respondenti, u nichž byla matematika vyučována tzv. Hejného metodou), Dopln. č. (*Doplňování chybějících čísel*), Operace (*Základní číselné operace*) a Znaký (*Doplnění znaků operací*), Bez obtíží (žáci hodnoceni vyučujícími jako bez obtíží v matematice) a S obtížemi (žáci hodnoceni jako s obtížemi).

### Porovnávání výsledků dle způsobu výuky matematiky

Zde se budeme věnovat rozdílům ve výsledcích standardizovaných testů žáků vyučovaných běžnými metodami a metodami dle Hejného.

**Tab. č. 1:** Porovnání výsledků v testu CFT 20 R (neverbální IQ) dle způsobu výuky

CFT 20 R	Průměr	Median	SD	Mín.	Max.
B	105,01	106,00	15,03	55	131
H	100,88	101,00	16,05	62	131

Z tabulky č. 1 je patrné, že v metodě CFT 20 R dosáhly děti vyučované běžnými metodami o něco lepších výsledků oproti těm vyučovaným Hejného metodou. Výsledky jsou zároveň na hranici statistické významnosti ( $p=0,05$ ) a rozdíly mezi skupinami nelze považovat za příliš velké ( $d=0,27$ ).

**Tab. č. 2:** Porovnání výsledků v subtestu *Doplňování chybějících čísel* (v percentilech) dle způsobu výuky

Doplň. č.	Průměr	Median	SD	Mín.	Max.
B	54,60	57,20	33,19	0	100
H	50,37	51,20	35,74	0	100

V subtestu *Doplňování chybějících čísel* dosáhly děti vyučované běžnými metodami lepších výsledků než děti vyučované metodami dle Hejného. Rozdíly však nejsou

statisticky významné ( $p=0,35$ ) a nezle je ani považovat za velké ( $d=0,12$ ).

**Tab. č. [3]:** Porovnání výsledků v subtestu *Základní číselné operace* (v percentilech) dle způsobu výuky

Operace	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
B	57,67	59,80	28,64	2,90	100
H	41,85	34,90	28,66	0,50	94,30

V subtestu *Základní číselné operace* dosáhly rozdíly mezi skupinami statistické významnosti ( $p=0,00$ ) ve prospěch běžných metod výuky a velikost rozměrového efektu ( $d=0,55$ ) odpovídá přibližně středně vysokým hodnotám.

**Tab. č. 4:** Porovnání výsledků v subtestu *Doplnění znaků operací* (v percentilech) dle způsobu výuky

Doplň. č.	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
B	62,43	71,60	27,21	1,70	100
H	49,69	50,00	28,79	0	100

I v subtestu *Doplnění znaků operací* dosáhly rozdíly mezi skupinami statistické významnosti ( $p=0,00$ ) ve prospěch běžných metod výuky a velikost rozměrového efektu ( $d=0,45$ ) odpovídá přibližně středně vysokým hodnotám.

### **Porovnávání výsledků v rámci běžných metod výuky matematiky**

Zde se budeme věnovat porovnávání výsledků žáků vyučovaných běžnými metodami rozdělených dle jejich hodnocení učiteli jako bez obtíží či s obtížemi v matematice.

**Tab. č. 5:** Porovnání výsledků v testu CFT 20 R (neverbální IQ) v rámci běžných metod

B: CFT 20 R	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
Bez obtíží	107,62	108	13,82	66	131
S obtížemi	100,17	103	16,11	55	131

V rámci běžných metod výuky matematiky dosáhly rozdíly mezi skupinami v testu CFT 20 R statistické významnosti ( $p=0,01$ ) ve prospěch žáků hodnocených učiteli jako bez obtíží v matematice a velikost rozměrového efektu ( $d=0,5$ ) odpovídá středně vysokým hodnotám.

**Tab. č. [6]:** Porovnání výsledků žáků v subtestu *Doplňování chybějících čísel* (v percentilech) v rámci běžných metod

B: Dopln. č.	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
Bez obtíží	58,13	63,7	33,19	0	100
S obtížemi	48,06	44,3	32,58	0,9	100

U dětí vyučovaných běžnými metodami nebyly prokázány statisticky významné rozdíly mezi žáky hodnocenými jako s obtížemi v matematice či bez obtíží v

( $p=0,12$ ). Rozměrový efekt ( $d=0,31$ ) navíc dosahuje poměrně nízkých hodnot.

**Tab. č. [7]:** Porovnání výsledků žáků v subtestu *Základní číselné operace* (v percentilech) v rámci běžných metod

B: Operace	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
Bez obtíží	67,81	72,7	23,13	11,5	100
S obtížemi	38,86	34,9	28,61	2,9	100

V subtestu *Základní číselné operace* byly prokázány statisticky významné rozdíly ( $p=0,00$ ) ve prospěch skupiny žáků bez identifikovaných obtíží v matematice v rámci běžných metod. Hodnota rozměrového efektu ( $d=1,11$ ) navíc dosahuje velmi vysokých hodnot.

**Tab. č. [8]:** Porovnání výsledků žáků v subtestu *Doplnění znaků operací* (v percentilech) v rámci běžných metod

B: Dopln. č.	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
Bez obtíží	73,18	79,85	19,89	14,2	99,2
S obtížemi	42,51	37,6	27,92	1,7	100

Také v subtestu *Doplnění znaků operací* byly prokázány statisticky významné rozdíly ( $p=0,00$ ) ve prospěch žáků bez identifikovaných obtíží v matematice v rámci běžných metod. Hodnota rozměrového efektu ( $d=1,27$ ) dosahuje i zde velmi vysokých hodnot.

### Porovnávání výsledků v rámci Hejného metody výuky matematiky

V následujících řádcích jsou popsány výsledky žáků vyučovaných tzv. Hejného metodou rozdělených dle jejich hodnocení učiteli jako bez obtíží či s obtížemi v matematice.

**Tab. č. 9:** Porovnání výsledků v testu CFT 20 R (neverbální IQ) v rámci Hejného metody

H: CFT 20 R	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
Bez obtíží	106,52	108	13,35	66	131
S obtížemi	86,16	85	12,97	62	113

V rámci Hejného metody výuky byly prokázány statisticky významné rozdíly ( $p=0,00$ ) mezi skupinami v metodě CFT 20 R ve prospěch žáků hodnocených jako bez obtíží v matematice. Rozměrový efekt ( $d=1,55$ ) zároveň dosahuje velmi vysokých hodnot.

**Tab. č. 10:** Porovnání výsledků žáků v subtestu *Doplňování chybějících čísel* (v percentilech) v rámci Hejného metody

H: Dopln. č.	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
Bez obtíží	58,99	63,70	33,7	0	100
S obtížemi	27,82	19,10	31,17	0	95,3

V testu *Doplňování čísel* byly u žáků vyučovaných tzv. Hejného metodou prokázány významné rozdíly ( $p = 0,00$ ) ve prospěch žáků bez identifikovaných obtíží a hodnota  $d$  ( $d = 0,96$ ) odpovídá vysokým hodnotám.

**Tab. č. 11:** Porovnání výsledků žáků v subtestu *Základní číselné operace* (v percentilech) v rámci Hejného metody

H: Operace	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
Bez obtíží	48,80	49,30	27,38	0,50	94,30
S obtížemi	23,69	11,50	23,82	0,50	93,80

I v testu *Základní číselné operace* byly u žáků vyučovaných tzv. Hejného metodou prokázány významné rozdíly ( $p=0,00$ ) ve prospěch skupiny bez identifikovaných obtíží a hodnota  $d$  ( $d=0,98$ ) odpovídá vysokým hodnotám.

**Tab. č. 12:** Porovnání výsledků žáků v subtestu *Doplnění znaků operací* (v percentilech) v rámci Hejného metody

H: Dopln. č.	Průměr	Median	SD	Min.	Max.
Bez obtíží	55,52	60,00	26,28	2,80	100
S obtížemi	34,47	24,80	29,91	0	100

Také v testu *Doplnění znaků operací* byly u žáků vyučovaných tzv. Hejného metodou prokázány významné rozdíly ( $p=0,00$ ) ve prospěch skupiny bez identifikovaných obtíží a hodnota  $d$  ( $d=0,75$ ) odpovídá vyšším hodnotám.

## Závěr

V našem výzkumném souboru ty skupiny žáků, kteří byli svými vyučujícími hodnoceni jako s obtížemi v matematice, skutečně dosáhly statisticky horších výsledků ve standardizovaných testech zaměřených na matematické schopnosti a dovednosti i na neverbální intelektové schopnosti oproti skupinám žáků bez obtíží identifikovaných učiteli. Výjimkou je pouze test *Doplňování čísel* (Bednarová, 2015), a to u žáků vyučovaných běžnými metodami (tzv. Hejného metody se tato výjimka netýká).

U dětí vyučovaných tzv. Hejného metodou se rozdíly mezi skupinou žáků hodnocených učiteli jako s obtížemi v matematice a skupinou bez těchto obtíží projeví více v testu neverbálních intelektových schopností než přímo v úlohách zaměřených na matematické schopnosti a dovednosti. Oproti tomu u žáků vyučovaných běžnými metodami se rozdíly projeví skutečně především ve dvou testech zaměřených na matematiku.

V tomto souboru dosáhli žáci vyučovaní běžnými metodami ve většině sledovaných oblastech statisticky významně lepších výsledků oproti žákům vyučovaných Hejného metodou. Nelze vyloučit, že je tento rozdíl způsoben i časovými limity v administrovaných úlohách a menší orientací na rychlost řešení během výuky dle Hejného (žáci tak nemusí být příliš zvyklí pracovat pod časovým tlakem), na což jsme v průběhu sběru dat byli upozorněni některými vyučujícími.

Mezi další limity výzkumu patří relativně malá velikost výzkumného vzorku, menší počet zadávaných úloh ze standardizovaných testů, které nepokrývají všechny oblasti matematiky ani intelektových schopností i skutečnost, že sběr dat proběhl pouze v některých krajích. Nemáme tak data ze všech regionů České republiky a nebyly sem ani zahrnuty žádné z tzv. vyloučených lokalit.

### **Bibliographic references**

- Atkinson, R. (2003). *Psychologie*. Prague: Portál. ISBN 80-7178-640-3.
- Butterworth, B. (2003). *Dyscalculia Screener*. London: NFER/Nelson. ISBN 0-7087-0366-6.
- Bednarova, J. (2015). *Diagnostika matematických schopností a dovedností*. Brno: Pedagogicko-psychologická poradna Brno.
- Fajmonova, V., Honigova, S., Urbanek, T., Sirucek, J. (2015). *CFT 20-R – Cattellův test fluidní inteligence*. Prague: Hogrefe – Testcentrum.
- Hejny, M., Kurina, F. (2015). *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 3. Prague: Portál. ISBN 978-80-262-0901-0.
- Locuniak, M. N., Jordan, N. (2008) Using Kindergarten Number Sense to Predict Calculation Fluency in Second Grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41(5). ISSN 0022-2194.
- Mertin, V., Krejcová, L. (2016). *Metody a postupy poznávání žáka: pedagogická diagnostika*. Prague: Wolters Kluwer. ISBN 978-80-7552-015-9.
- Novák, J. (2004). *Dyskalkulie: [specifické poruchy počítání]*. 3., zcela přepracované, rozšířené. Havlíčkův Brod: Tobiáš. ISBN 80-7311-029-6.
- Rendl, M., Pachová, A. (2013). *Procesy učení v diskurzu učitelů matematiky na 2. stupni základní školy. Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Prague: Charles University in Prague. ISBN 978-80-7290-723-6.
- Resnicka, L. B., Ford, W. W. (2008). *Psychology of Mathematics for Instruction*. New York: Routledge, ISBN 0-89859-029-9.
- Vagnerova, M. (2005). *Školní poradenská psychologie pro pedagogy*. Prague: Karolinum, ISBN 80-246-1074-4.
- Vagnerova, M., Klegrova, J. (2008). *Poradenská psychologická diagnostika dětí a dospívajících*. Prague: Karolinum, ISBN 978-80-246-1538-7.
- Sawilowsky, S. (2009) New Effect Size Rules of Thumb. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 8(2). ISSN 1538-9472. Available at: <http://digitalcommons.wayne.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1536&context=jmasm>

Mgr. Kateřina Skalová Pražáková  
doc. PhDr. PaedDr. Anna Kucharská, Ph.D.  
PhDr. Klára Špačková, Ph.D.  
Charles University  
Faculty of Education  
Department of Psychology  
Myslíkova 7, 110 00 Praha 1  
Czech Republic  
[katerina.prazakova@mensa.cz](mailto:katerina.prazakova@mensa.cz)